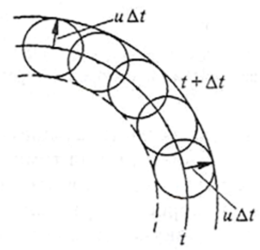
Урок №14 (30.10.2019)
Принцип Гюйгенса. Отражение и преломление плоской волны. Волна от движущегося источника.

1. *Принцип Гюйгенса*[1].

Принцип Гюйгенса позволяет находить волновую поверхность в некоторый момент времени, если известно её положение в предшествующий момент времени.

Для этого каждую точку волновой поверхности в некоторый момент времени t надо рассматривать как точечный источник *вторичных волн*.

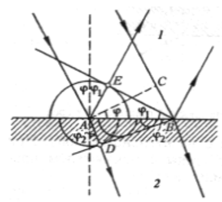


Волновая поверхность каждой вторичной волны спустя время Δt представляет собой окружность (или сферу) радиуса $u\Delta t$.

Искомая волновая поверхность в момент времени $t+\Delta t$ представляет собой огибающую всех этих сфер.

Более подробно принцип Гюйгенса-Френеля мы рассмотрим в волновой оптике, а пока просто заметим, что из этого принципа следует, что плоская волна остаётся плоской, а сферическая – сферической ☺.

2. *Отражение и преломление плоской волны.*



Законы отражения и преломления плоской волны легко получаются из принципа Гюйгенса.

Отражение волн.

Пусть плоская волна распространяется в упругой среде *1* и падает под углом φ на более плотную среду *2* (термин «более плотная» в данном случае означает лишь, что скорость распространения волны во второй среде отличается от скорости в первой среде).

Пусть в начальный момент времени фронт AC (см. рис.) коснулся границы сред в точке A. Пусть через некоторое время t фронт волны достиг точки B на границе сред. Очевидно, что $|CB| = v \cdot t$, где v – скорость распространения волны в среде *1*.

За время t от точки A в соответствии с принципом Гюйгенса успела распространиться сферическая волна, радиусом $|AE| = v \cdot t$. Таким образом, опять же согласно принципу Гюйгенса, фронт волны в момент времени t есть огибающая всех фронтов волн вторичных источников, в т.ч. источников, расположенных в точках A и B на рисунке. При этом фронт волны остаётся при отражении плоским, так как среда однородна, а в однородной среде плоская волна остаётся плоской (примем без доказательства, хотя доказать очень просто).

Итак, фронт новой волны должен быть прямой, проходящей через точку B (в ней в этот момент появился вторичный источник) и касающейся сферы радиуса $v \cdot t$ с центром в точке A. На рисунке это прямая BE. Так как $|AE| = |BC|$, прямоугольные треугольники AEB и ACB равны. Следовательно, углы φ и φ_1 – равны. Из чего следует, что угол падения волны φ равен углу отражения φ_1.

---
[1] Далее материал даётся по Бутикову и Кондратьеву

Преломление волн.

Пусть плоская волна распространяется в среде *1* со скоростью v, а в среде *2* – со скоростью u. Пусть при этом волна подходит к границе сред под углом φ (см. рис.). Пусть также в начальный момент времени волна коснулась границы сред в точке A.

Посмотрим, что мы увидим через некоторое время t. Пусть в этот момент времени наша волна касается границы в точке B. При этом от точки A за это время (в соответствии с принципом Гюйгенса ставшей источником новой сферической волны) в среде *2* волна распространится до границ сферы, радиусом $|AD| = u \cdot t$.

Проводя рассуждения, аналогичные случаю с отражением, мы можем сказать, что фронт волны в этот момент времени будет прямой AD.

Рассмотрим прямоугольные треугольники ACB и ADB. У них равная гипотенуза, а малые катеты соответственно равны $|BC| = v \cdot t$ и $|AD| = u \cdot t$. Заметим, что $\sin\varphi = \frac{|BC|}{|AB|}$, а $\sin\varphi_2 = \frac{|AD|}{|AB|}$. Тогда $\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi} = \frac{|AD|}{|BC|} = \frac{u}{v}$.

Итак, мы получили закон преломления:

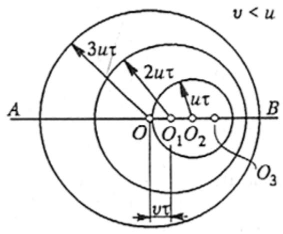
$$\frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi} = \frac{u}{v}.$$

3. *Волна от движущегося источника.*

Принцип Гюйгенса позволяет объяснить довольно много интересных эффектов, возникающих, если источник волн движется. Рассмотрим следующие случаи: источник движется медленнее скорости волны в данной среде, быстрее и, наконец, источник движется со скоростью распространения волны.

Рассмотрим наиболее частый случай: движение излучателя звука в воздухе.

Эффект Доплера.



Если источник движется со скоростью меньше звуковой, то картина волновых поверхностей выглядит так, как показано на рисунке. Если считать промежуток времени τ равным периоду колебаний $T = 2\pi/\omega$, то сферы можно рассматривать как последовательные гребни волн, а расстояние между ними – как длину волны, излучаемой в соответствующем направлении.

Длина волны $\lambda = uT$ уменьшается перед источником на величину vT, а за ним – увеличивается. В итоге для длины волны λ' перед источником получим:

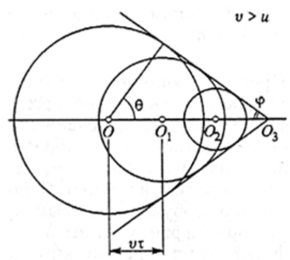
$$\lambda' = \lambda - vT = (u - v)T = \frac{u - v}{v}\lambda.$$

Для частоты справедливо обратное отношение (естественно):

$$f' = \frac{v}{u - v} f.$$

В принципе полученное отношение универсально и справедливо для всех случаев: когда источник удаляется, то скорость v становится отрицательной; когда источник движется быстрее звука формула тоже верна, только в этом случае волны приходят в обратном порядке, т.е. f' становится отрицательной.

Конус Маха.

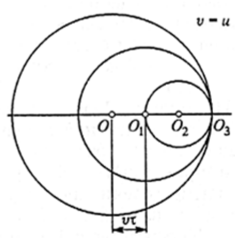


Если источник движется быстрее звука, то огибающая фронтов являет собой конус, в центре которого находится источник, с углом при вершине 2φ, где

$$\sin\varphi = \frac{u}{v}.$$

Такой фронт волны получил название *конус Маха.*

Звуковой барьер.



Если источник звука движется точно со звуковой скоростью, то картина волновых поверхностей представляет собой набор окружностей, как показано на рисунке, соединяющихся в точке O_3, где как раз в этот момент находится источник звука. Т.е. в точке нахождения источника звука складываются все фронты излучённых ранее волн. Если каждый фронт представить себе как некоторое уплотнение воздуха, то в сумме может получиться стена весьма плотного воздуха!

4. Задачи

1. На шнуре длиной $l = 3\ м$, один конец которого привязан к стене, а другой колеблется с частотой $\nu = 5\ Гц$, возбуждаются стоячие волны. При этом между источником и стеной образуется $n = 6$ узлов. Найти скорость распространения волны в шнуре.

2. Воду, текущую по водопроводной трубе со скоростью $2\ м/с$, быстро перекрывают жёсткой заслонкой. Определите силу, действующую на заслонку при остановке воды, если скорость звука в воде $1{,}4\ км/с$. Сечение трубы $5\ см^2$.

   Указание.

   В данном случае, очевидно, предполагается «реальная» сжимаемая вода (в противном случае вся вода в водопроводе остановилась бы мгновенно). Следовательно, останавливается только та часть воды, которая может быть достигнута со скоростью звука в воде.

   Изменение импульса известно (т.к. мы знаем плотность воды). Масса, вовлечённая в процесс остановки за время Δt, определяется как масса цилиндра, высотой $u\Delta t$.

3. Рыбак заметил, что за время $t = 10\ с$ поплавок совершил на волнах $n = 20$ колебаний, а расстояние между соседними гребнями волн $\lambda = 1{,}2\ м$. Какова скорость распространения волн? $[2{,}4\ м/с]$

4. Найти разность фаз колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих на расстоянии $\Delta r = 2\ м$ друг от друга. Длина волны $\lambda = 1\ м$. $[4\pi]$

5. Звук распространяется в воде со скоростью $v = 1450\ м/с$. Расстояние между ближайшими точками, в которых колебания частиц совершаются в противофазе, $\Delta r = 0{,}1\ м$. Какова частота звука? $[7250\ Гц]$
6. Две точки находятся на прямой, вдоль которой распространяются волны со скоростью $v = 50\ м/с$. Период колебаний $T = 0{,}05\ с$, расстояние между точками $\Delta r = 0{,}5\ м$. Найти разность фаз колебаний в этих точках. $[0{,}4\pi]$
7. Упругая волна переходит из среды, в которой её скорость равна v, в среду, где её скорость в два раза меньше. Что происходит с частотой и длиной волны?
8. Автомобиль удаляется со скоростью v от длинной стены, двигаясь под углом α к ней. В момент, когда расстояние до стены равно l, шофёр подаёт короткий звуковой сигнал. Какое расстояние пройдёт автомобиль до момента, когда шофёр услышит эхо? Скорость звука в воздухе u.